„SUR LES SYLLOGISMES EN LOGIQUE ET LES HYPERSULLOGISMES EN MÉTALOGIQUE“.

D. Mordoukhay-Boltovskoy (Rostoff sur le Don).

1. De même que l'espace à trois dimensions peut être consideré comme une partie de l'espace à quatre dimensions ou en général à n dimensions la l o g i q u e d e c l a s s e s peut être extrapolée en M é t a l o g i q u e des hyperclasses, qui ne contredie pas à la Logique, mais qui la compléte par de nouveaux éléments et des opérations formelles.

Tandis que la Logique ordinaire des classes représente une doctrine sur les relations à d e u x termes, en Métalogique on aura à faire avec des relations à trois et plus de termes.

J'ai l'intention de construire une Métalogique à 3 et $2.3 = 6$ termes.

Dans ce but je dois représenter les lois de la Logique ordinaire sous une forme n o u v e l l e. La relation fondamentale à 2 termes est entre l'e s p è c e et l e g e n r e (l'inclusion d'une classe dans l'autre):

tous les a sont b·

Je la symbolise par

$$A \qquad |a' b|.$$

C'est la proposition u n i v e r s e l l e - a f f i r m a t i v e.

Pour l'universelle négative: aucune a n'est pas b nous aurons la notation suivante:

$$E \qquad |a, b'|.$$

Il faut bien distinguer $\bar{b}$ de $(\bar{b})$

$$|a\bar{b}| \text{ — aucune } a \text{ n'est } b,$$
$$|a'(\bar{b})| \text{ — tous les } a \text{ sont non } b.$$

Dans le premier cas nous avons l'e x c l u s i o n de la classe, dans le second l'i n c l u s i o n a dans la classe contraire $(\bar{b})$.

Nous prenons les formulés:

$$\begin{array}{ll} |a' b| - |a, (\bar{b})| & A - E \\ |a\bar{b}| - |a', (\bar{b})| & E - A \end{array} \tag{1}$$

*) L'idée de la Métalogique appartient à prof. N. V a s i l i e f f (Journal de la Ministère de l'Instr. Publique. 1905). Mais ces intéressants travaux, que j'ai connu trop tard, n'avaient eu aucune influence sur les miens que j'ai commencé en 1917. D'ailleurs ces recherches ont le caractère p h i l o s o p h i q u e, tandis que les miennes sont purement m a t h é m a t i q u e s.

pour les postulats qui permettent de réduire l'exclusion à l'inclusion et ces formules donnent la conclusion immédiate, qui s'appelle Obversio.

Pour la particulière affirmative: „quelques a sont b" nous prenons la notation suivante:

1. $$|\underset{\cdot}{a}\, b|.$$

Si par x on marque une classe quelconque, on aura encore une autre notation:

$$\left|\begin{matrix} x'a \\ x'b \end{matrix}\right|$$

d'où, en appliquant l'axiome de la Logique des propositions:

$$a \cup b = b \cup a$$

on peut écrire

$$\left|\begin{matrix} x'a \\ x'b \end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix} x'b \\ x'a \end{matrix}\right|$$

c'est à dire

c'est conversio simplex.

Pour la particulière-négative: „quelques a ne sont pas b" prenons la notation suivante:

O $$|\underset{\cdot}{a}\, \bar{b}|.$$

On peut encore écrire

$$\left|\begin{matrix} x'a \\ x\bar{b} \end{matrix}\right|.$$

2. La première loi de la Logique des classes:

1) Le principe de l'identité

$$|a, a'| \quad a \text{ est } a.$$

En vertu de cette loi on a des conclusions immédiates: ad subordinatum:

$$|a'b| - \left|\begin{matrix} a'a \\ a'b \end{matrix}\right| - |\underset{\cdot}{a}b| \qquad A - I$$

$$|a\bar{b}| - \left|\begin{matrix} a'a \\ a\bar{b} \end{matrix}\right| - |\underset{\cdot}{a}\bar{b}| \quad \text{per accidens} \quad E - O.$$

De la méme manière on obtient deux nouvelles formes d'obversio:

$$|\underset{\cdot}{a}\bar{b}| - |\underset{\cdot}{a}\,\underline{(\bar{b})}|$$

$$|\underset{\cdot}{a}\,b| - |\underset{\cdot}{a}\,(\bar{\bar{b}})|.$$

2) La seconde loi c'est le principe de la contradiction:

On nie $|\,a'\ (\bar{a})\,|$

$$|\,a'\ (\bar{a})\,| = \nwarrow$$

Pour obtenir toutes les formes des conclusions immédiates nous avons besoin de la loi de la contradiction généralisée:

$$\left| \begin{matrix} a' \; b \\ a' \; (\bar{b}) \end{matrix} \right|$$

de l'incompatibilité de l'inclusion et de l'exclusion

$$|\, a' \; b \,| \text{ ou } |\, a' \; (\bar{b}) \,|.$$

On a

$$\overline{\overline{(\bar{b})}} = (b).$$

Mais pour avoir toutes les formes des conclusions immédiates il faut compléter notre système des postulats par le suivant:

$$|\, a \, \bar{\bar{b}} \,| - |\, b \, \bar{\bar{a}} \,|$$

qui permet de remplacer l'exclusion a de b par l'exclusion b de a.

En vertu de (1) on peut donner aux lois (2) et (3) une autre forme:

$$\left| \begin{matrix} a' \; b \\ a \; \bar{b} \end{matrix} \right| = \wedge, \quad |\, a' \, b \,| \smile |\, a \, \bar{b} \,| = \vee$$

3, En Métalogique on doit avoir les relations entre: l'espèce, le genre et le hypergenre.

Pour une hyperclasse on doit avoir non une seule hyperclasse réciproque (contraire), mais deux, a et $(\bar{a})$, non deux opérations: l'inclusion et l'exclusion, mais trois, qui donnent:

1) Les hyperpropositions universelles-affirmatives

$$|\, a'', b', c \,|.$$

2) deux especes des hyperpropositions.

Universelles négatives

$$|\, a \, \underline{b} \, \bar{\bar{c}} \,| \text{ et } |\, a \, \bar{\bar{b}} \, \underline{c} \,|$$

en postulant les réductions au moyen des formules suivantes:

$$|\, a'' \; b' \; \bar{c} \,| - |\, a \; \underline{(\bar{b})} \; \underline{(\bar{c})} \,| - |\, a \; (\bar{b}) \; \underline{(c)} \,|$$

$$|\, a \, \underline{b} \, \bar{\bar{c}} \,| - |\, a'', \, (\bar{b})' \, \underline{(c)} \,| \tag{4}$$

$$|\, a \, \bar{\bar{b}} \, \underline{c} \,| - |\, a'' \, \underline{(b)}' \, (\dot{c}) \,|$$

c'est la première forme d'obversio en Métalogique. Au lieu de $|\underset{.}{a},\ b|$ en Métalogique se trouve:

$$\left|\ e\underset{.}{a}\ f\dot{b}\ gc\ \right|.$$

C'est l'affirmation de l'existence d'une hyperclasse x telle que

$$\left|\begin{matrix} x'' & e' & a \\ x'' & f' & b \\ x'' & g' & c \end{matrix}\right|.$$

Ainsi la hyperproposition particulière affirmative est une relation non des trois, mais de $2.3 = 6$ termes et en postulant pour les hyperpropositions, les mêmes lois que pour les propositions (loi commutative) on peut permuter les lignes de déterminant d'où

$$\left|\ e\underset{.}{a}\ f\dot{b}\ gc\ \right| - \left|\ f\underset{.}{b}\ e\dot{a}\ gc\ \right| - \left|\ f\underset{.}{b}\ g\dot{c}\ ea\ \right| - \left|\ g\underset{.}{c}\ f\dot{b}\ ea\ \right| -$$
$$- \left|\ g\underset{.}{c}\ e\dot{a}\ fb\ \right| - \left|\ e\underset{.}{a}\ g\dot{c}\ fb\ \right|.$$

C'est conversio simplex.

A côté de cette hyperproposition-affirmative particulière on doit construire deux types des propositions négatives:

$$\left|\ e\underset{.}{a}\ f\dot{b}\ \overline{gc}\ \right| \text{ et } \left|\ e\underset{.}{a}\ f\dot{b}\ \underline{gc}\ \right|$$

l'affirmation de x telle que

$$\left|\begin{matrix} x'' & e' & a \\ x'' & f' & b \\ x'' & \overline{g} & \underline{c} \end{matrix}\right| \text{ ou } \left|\begin{matrix} x'' & e' & a \\ x'' & f' & b \\ x'' & \underline{g} & \overline{c} \end{matrix}\right|$$

et

$$\left|\ e\underset{.}{a}\ f\underline{b}\ \overline{gb}\ \right| \text{ ou } \left|\ ea\ \overline{fb}\ \underline{gc}\ \right|,$$

l'affirmation de x telle que

$$\left|\begin{matrix} x'' & e & a \\ x'' & \underline{f} & \overline{b} \\ x'' & \overline{g} & \underline{c} \end{matrix}\right| \text{ ou } \left|\begin{matrix} x'' & e & a \\ x'' & \overline{f} & \underline{b} \\ x'' & \underline{g} & \overline{c} \end{matrix}\right|,$$

De ces relations il suit:

$$\left|\ e\underset{.}{a}\ f\dot{b}\ \overline{gc}\ \right| - \left|\ f\underset{.}{b}\ e\dot{a}\ \overline{gc}\ \right|$$
$$\left|\ e\underset{.}{a}\ f\dot{b}\ \overline{gc}\ \right| - \left|\ e\underset{.}{a}\ \overline{gc}\ fb\ \right|.$$

4. Maintenant nous allons indiquer les lois fondamentales de la Métalogique. Ces lois affirment la vérité ou la fausseté de quelques propositions. Elles demandent qu'il n'existe hornis la vérité et la fausseté aucun troisième, que la même proposition n'est pas véritable et fausse, bref elles

nous donnent la Logique des classes d'ordre supérieure ne violant pas les lois fondamentales de la Logique des propositions. Mais la Métalogique purement formelle modifie aussi la Logique des propositions en posant avec V (fausseté) et $\underline{V}$ (vérité) encore $\underline{\underline{V}}$ (hypervérité). L'affirmation ou négation se ramène à la pure imposition des symboles V, $\underline{V}$ $\underline{\underline{V}}$ à côté du résultat de l'opération formelle.

Cette Métalogique purement formelle sera developpée dans un autre mémoire.

La métalogique hypersyllogistique représente l'introduction dans cette Métalogique de la même manière comme la Logique d'Aristote pour la Logique mathématique contemporaine.

Voici ces lois de la Métalogique:

1) Le principe de l'identité:

$$\left| a'', a', a \right|.$$

2) De la contradiction:

On nie

$$\left| a'', (\underline{a})', (\overline{a}) \right|.$$

Ou en général on nie

$$\left| \begin{matrix} a'' & b' & c \\ a'' & (\underline{b})' & (\overline{c}) \\ a'' & (\overline{b})' & (\underline{c}) \end{matrix} \right|.$$

3) Du quart-exclu

$$\left| a''\ b'\ c \right| - \left| a''\ (\underline{b})'\ (\overline{c}) \right| \text{ ou } \left| a''\ (\overline{b})'\ (\underline{c}) \right|.$$

Les deux dernières on peut écrire en vertu de § 3

$$\left| a\ \underline{a}\ \overline{a} \right| = V \qquad \left| \begin{matrix} a'' & b' & c \\ a & \underline{b} & \overline{c} \\ a & \overline{b} & \underline{c} \end{matrix} \right| = \wedge$$

$$\left| a''\ b'\ c \right| \cup \left| a\ \overline{b}\ \overline{c} \right| \cup \left| a\ \overline{b}\ \underline{c} \right| = \vee.$$

Pour obtenir toutes ces formes des hyperconclusions immédiates il faut encore postuler la possibilité de la permutation circulaire dans

$$\left| a\ \underline{b}\ \overline{c} \right| - \left| b\ \underline{c}\ \overline{a} \right| - \left| c\ \underline{a}\ \overline{b} \right| \quad \text{(conversio).}$$

Nous avons

$$\left| a''\ b'\ c \right| - \left| \begin{matrix} a'' & a' & a \\ a'' & a' & a \\ a'' & b' & c \end{matrix} \right| - \left| aa\ aa\ bc \right|$$

et de la même facon:

$$\left| a\ \underline{b}\ \overline{c} \right| - \left| aa\ aa\ \overline{bc} \right|.$$

Ce sont deux formes des conclusions ad subordinatum.

Il nous reste à ajouter des nouvelles formes d'obversio

$$\left| e\underset{\cdot}{a}\ \underline{fb}\ \overline{ac} \right| — \left| e\underset{\cdot}{a}\ (\underline{f}\overline{b})\ (\underline{g}\overline{c}) \right|$$

$$\left| e\underset{\cdot}{a}\ f\dot{b}\ \overline{gc} \right| — \left| e\underset{\cdot}{a}\ f\dot{b}\ (\underline{g}\overline{c}) \right| — \left| e\underset{\cdot}{a}\ \underline{(\overline{f}b)}\ (\overline{gc}) \right|$$

$$\left| e\underset{\cdot}{a}\ f\dot{b}\ gc \right| — \left| \underset{\cdot}{e}a\ \underline{(f\overline{b})}\ \overline{(\overline{gc})} \right|.$$

Pour la concordance des lois de la Métalogique avec celles de la Logique ordinaire il est indispensable à postuler la dégénération de la Métalogique en Logique, quand le genre se confond avec le hypergenre c'est à dire quand $b = c$ et quand les hyperclasses reciproques viennent aussi se confondre: $\underline{b} = \overline{b}$.

Dans ce cas:

$$\left| a''\ b'\ c \right| = \left| a'\ b \right|$$

$$\left| a\ \underline{b}\ \overline{c} \right| = \left| a\ \underline{b}\ \overline{c} \right| = \left| a\ \underline{b} \right|.$$

Mais il faut remarquer que la hyperposition particulière

$$\left| \underset{\cdot}{e}a\ f\dot{b}\ gc \right| \text{ ou } \left| \begin{matrix} x''\ e'\ a \\ x''\ f'\ b \\ x''\ g'\ c \end{matrix} \right|$$

pour $b = a$, $f = b$, $g = c$ devient non une proposition particulière $\left| \underset{\cdot}{a}b \right|$, mais l'affirmation de l'inclusion d'une classe dans trois classes a, b, c.

5. Nous allons à présent appliquer notre symbolisme nouveau aux modes classiques des syllogismes:

Le postulat fondamentale du syllogisme

$$\left| \begin{matrix} b'\ c \\ a'\ b \end{matrix} \right| — \left| a'\ c \right|.$$

C'est en même temps le premier mode de la première figure.

1) Barbara — AAA.

Indiquons les autres modes de la première figure charactérisée par la schème:

$$\left| \begin{matrix} b\ c \\ a\ b \end{matrix} \right|.$$

2) Celarent

$$\left| \begin{matrix} b\ \overline{c} \\ a'\ b \end{matrix} \right|$$

au moyen des conclusions immédiates et Barbara on obtient la conclusion par les opérations suivantes:

$$\left| \begin{matrix} b'\ (c) \\ a'\ b \end{matrix} \right| = \left| a'\ (c) \right| — \left| a\ \overline{c} \right|.$$

3) D a r i i

$$\begin{vmatrix} a' & b \\ c & a \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a' & b \\ \partial' & a \\ \partial' & c \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \partial' & b \\ \partial' & c \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} b & c \end{vmatrix}.$$

4) F e r i o:

$$\begin{vmatrix} b & \bar{c} \\ a & b \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} b & \bar{c} \\ \partial' & b \\ \partial' & a \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \partial' & (\bar{c}) \\ \partial' & a \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & \bar{c} \end{vmatrix}.$$

Parmi les modes de la seconde figure $\begin{vmatrix} a & b \\ c & b \end{vmatrix}$ nous allons examiner seulement B a r o k o

$$\begin{vmatrix} a' & b \\ \underset{\cdot}{c} & \bar{b} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \underset{\cdot}{c} & \bar{a} \end{vmatrix}.$$

Au lieu de la réduction ordinaire à Barbara par la „reductio ad absurdum" nous allons indiquer une réduction à Ferio:

$$\begin{vmatrix} \underset{\cdot}{c} & \bar{b} \\ a' & b \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \underset{\cdot}{c} & (\bar{b}) \\ a' & (\bar{c}) \end{vmatrix}$$

en posant

$$b = \bar{c}.$$

Puis en vertu de (1) et (3):

$$\begin{vmatrix} \underset{\cdot}{c} & e \\ a & \bar{e} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & \bar{e} \\ \underset{\cdot}{c} & e \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \underset{\cdot}{e} & \bar{a} \\ \underset{\cdot}{c} & e \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \underset{\cdot}{c} & \bar{a} \end{vmatrix}.$$

Les modes Cesare, Camestres, Festino réductible à I figure par conversio simplex et methatesis nous appelerons m o d e s d e r i v é s.

Le premier mode de la III figure:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ a & c \end{vmatrix}:$$

1) D a r a p t i

$\begin{vmatrix} a' & b \\ a' & c \end{vmatrix}$ est par la définition $\begin{vmatrix} \underset{\cdot}{c} & \underset{\cdot}{b} \end{vmatrix}$.

2) B o k a r d o se réduit à Ferio

$\begin{vmatrix} \underset{\cdot}{a} & \bar{b} \\ a & c \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \underset{\cdot}{c} & \bar{b} \end{vmatrix}$ en posant $\bar{b} = \beta$, $\bar{c} = \gamma$.

3) Felapton: $\begin{vmatrix} a & \bar{b} \\ \underset{\cdot}{\bar{a}} & c \end{vmatrix}$ selon la définition $\begin{vmatrix} \underset{\cdot}{c} & \bar{b} \end{vmatrix}$ se ramène à Ferio par conv. per accidens et conv. simplex. Les modes derivés:

Disams, Datisi, Ferison.

Tous les modes de la quatrième figure $\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix}$ sont des modes derivés de la première figure.

Camenes, Dimaris, Gierison, Bramantip se ramènent à Barbara par conv. per accidens; Fesapo par conv. per acc. dans la conclusion à Ferio.

6. Pour construire les types des hypersyllogismes classons les modes mentionnés d'après le caractère de la conclusion:

	Barbara	1
	Celarent, Cesare, Camèstres, Camenes	4
I:	Darii, Darapti, Disams, Bramantip, Datisi, Demaris	6
O	Ferio, Baroko, Felapton, Ferison, Festino, Bokardo, Gesapo, Ferison	8
	En tout	19

Nous allons prendre la même classification pour les hypersyllogismes:

I) L'opération fondamentale hypersyllogistique

$$\begin{vmatrix} c'' & g' & c \\ f'' & b' & d \\ g'' & f' & e \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a'' & b' & c \end{vmatrix}$$

donne le premier mode fondamental du hypersyllogisme. La première hyperpremisse (grande) $|e''\ g'\ c|$ contient le hypergenre.

La seconde $|f''\ b'\ d|$ — le genre b (moyenne) La troisième (petite) — $|a''\ f'\ e|$ — l'espèce a.

II) Avec la hyperconclusion universelle-négative:

$$\begin{vmatrix} f & g & \bar{c} \\ e & c & \bar{h} \\ a & c' & f \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} f'' & (\bar{g})' & (c) \\ e'' & (\bar{b})' & (h) \\ a'' & e' & f \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a'' & (\bar{b})' & (c) \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & \underline{b} & \bar{c} \end{vmatrix}.$$

C'est le mode qui se dégénére en Celarent.

L'autre hypersyllogisme réciproque

$$\begin{vmatrix} \bar{f} & g & c \\ e' & \bar{b} & \bar{h} \\ a'' & e' & \bar{f} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & \underline{b} & \bar{c} \end{vmatrix}.$$

Les hypersyllogismes derivés on obtient par conversio dans les deux premières hyperpremisses et par la permutation circulaire dans la conclusion.

En tout on obtient $27 \times 2 = 54$ modes.

III) Avec la hyperconclusion particulière affirmative:

$$\begin{vmatrix} a'' & e' & k \\ e'' & h' & m \\ ca & f\underline{b} & gc \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a'' & e' & k \\ e'' & h' & m \\ p'' & e' & a \\ p'' & f' & b \\ p'' & g' & c \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} p'' & h' & k \\ p'' & f' & b \\ p'' & g' & c \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} hk & fb & gc \end{vmatrix}. \qquad (10)$$

On peut permuter dans ea, $f\dot{b}$, gc les éléments. La même permutation est admissible dans la conclusion, mais comme la transposition de fb, gc est déjà faite par conversio dans la troisiéme hyperpremisse, nous ne pouvons pas obtenir des nouvelles modes que par le changement de place de h, k.

Nous obtenons $6 \times 8 = 48$ modes.

Mais avec la conclusion du même type on a selon la définition:

$$\left|\begin{array}{ccc} a'' & e' & k \\ a'' & h' & m \\ a'' & f' & n \end{array}\right| - \left| \underset{\cdot}{e}k \; \dot{h}m \; fb \right| \tag{11}$$

où on peut permuter les éléments dans la conclusion. On a donc encore 6 modes. Le (11) se dégénère en Darapti. En tout $18 + 6 = 24$ modes.

IX) Avec la hyperconclusion-négative:

$$\left|\begin{array}{ccc} a & \underline{l} & \bar{k} \\ e & \underline{h} & \bar{m} \\ \underset{\cdot}{e}a & \dot{f}b & gc \end{array}\right| - \left|\begin{array}{ccc} a'' & (\bar{l})' & (\underline{k}) \\ e'' & (\bar{h}) & (\underline{m}) \\ p'' & e' & \bar{a} \\ p'' & g' & c \\ p'' & f' & b \end{array}\right| - \left|\begin{array}{ccc} p'' & (\bar{h})' & (\underline{k}) \\ p'' & g' & \bar{c} \\ p'' & f' & b \end{array}\right| - \left| \underset{\cdot}{f}b' \; \dot{g}c \; \overline{hk} \right| \tag{12}$$

(se dégénère en Ferio)
et sa réciproque

$$\left|\begin{array}{ccc} a & \underline{\bar{l}} & \underline{k} \\ e & \bar{h} & m \\ \underset{\cdot}{e}a & \dot{f}b & gc \end{array}\right| - \left| \underset{\cdot}{f}b \; \dot{g}c \; \underline{hk} \right| \tag{13}$$

Les hypersyllogismes derivés s'obtiennent par la permutation circulaire dans $(a\,\underline{l}\,\bar{k})$ $(a\,\underline{h}\,\bar{m})$ et par la permutation dans $(ea\ \underset{\cdot}{f}b\ gc)$.

Pour (12) et (13) on obtient 108 modes.

Selon la définition:

$$\left|\begin{array}{ccc} a & \bar{h} & \underline{k} \\ a'' & f' & b \\ a'' & g' & c \end{array}\right| - \left| fb \; \dot{g}c \; \overline{hk} \right| \qquad \left|\begin{array}{ccc} a & h & \bar{k} \\ a'' & \overline{f'} & b \\ a'' & g' & c \end{array}\right| - \left| \underset{\cdot}{f}b \; g\dot{c} \; \underline{hk} \right|$$

En faisant la permutation $fb\ \underset{\cdot}{\dot{g}}c$ et la permutation circulaire dans $(a\ \bar{h}\ \underline{k})$ on obtient 12 modes.

Il y a encore des modes avec la hyperconclusion particulière-négative avec deux premières hyperpremisses affirmatives:

$$\left|\begin{array}{ccc} a'' & l' & k \\ e'' & h' & m \\ \underset{\cdot}{e}a & \dot{f}b & gc \end{array}\right| - \left|\begin{array}{ccc} a'' & l' & k \\ e'' & h' & m \\ p'' & e' & a \\ p'' & f' & b \\ p'' & (\bar{g})' & (c) \end{array}\right| - \left|\begin{array}{ccc} p'' & h' & k \\ p'' & f' & b \\ p'' & (\underline{g})' & (c) \end{array}\right| - \left| \underset{\cdot}{h}k \; \dot{f}b \; \overline{gc} \right|$$

et encore sa réciproque, qui correspond à Bokardo. Ce mode se ramène à (12) par les opérations suivantes.

$$\left|\begin{array}{ccc} a'' & l' & k \\ e'' & h' & m \\ \underset{\cdot}{l}a & \dot{f}b & \bar{g}c \end{array}\right| - \left|\begin{array}{ccc} a & \overline{(\underline{b})} & \overline{(\underline{k})} \\ e & \overline{(\underline{h})} & \overline{(m)} \\ e\underset{\cdot}{a} & \dot{f}b & (\bar{g}\underline{c}) \end{array}\right| - \left| f\underset{\cdot}{b}\ \underline{g}\bar{c}\ \underline{(\bar{h}k)} \right| = \left| h\underline{k}\ \dot{f}b\ \bar{g}c \right|$$

Les hypersyllogismes derivés sont en nombre 8.

Il y a en tout dans ce groupe 128 modes.

V) Enfin pour la hyperconclusion particulière double-négative

$$\left|\begin{array}{ccc} a & \underline{l} & \overline{k} \\ e & \underline{h} & \overline{m} \\ e\underset{\cdot}{a} & \dot{f}b & \bar{g}c \end{array}\right| - \left|\begin{array}{ccc} a'' & (\bar{l})' & \underline{(k)} \\ e'' & \overline{(k)}' & \underline{(m)} \\ p'' & e' & a \\ p'' & f' & b \\ p'' & (g)' & (\bar{c}) \end{array}\right| - \left|\begin{array}{ccc} p'' & \overline{(h)}' & \underline{(k)} \\ p'' & (\underline{g})' & (\bar{c}) \\ p'' & f' & b \end{array}\right| - \left| \underline{fb}\ \bar{g}c\ \underline{h}c \right|$$

et sa réciproque.

Le nombre des modes . . . . $3 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 108$.

Selon la définition:

$$\left|\begin{array}{ccc} a & \underline{l} & \overline{k} \\ a & \overline{h} & m \\ a & f & \overline{b} \end{array}\right| - \left| \underset{\cdot}{f}b\ l\underline{k}\ \overline{hm} \right|$$

avec les hypersyllogismes derivés—9. En tout 417 modes.

En résumé.

I. A	1
II. $(\underline{E}, \overline{E})$	54
III. I	24
IV. $(\underline{O}, \overline{O})$	128
V. $(\underline{\overline{O}})$	117
	324

7. En analysant les opérations de la déduction du paragraphe précédent nous voyons qu'au fondement d'elles se trouve:

1) L'opération hypersyllogistique:

$$\left|\begin{array}{ccc} e'' & g' & c \\ f'' & b & \partial \\ a'' & f' & e \end{array}\right| - \left| a''\ b'\ c \right|$$

2) Obversio $\left| f\ \underline{g}\ \bar{c} \right| - \left| f''\ (\bar{g})'\ \underline{c} \right|$

3) Le developpement de $(a\underset{\cdot}{e}\ \dot{f}b\ gc)$ en

$$\begin{vmatrix} p'' & e' & a \\ p'' & f' & b \\ p'' & g' & c \end{vmatrix}$$

Il est evident qu'on n'obtient le résultat que quand dans

$$\begin{vmatrix} c'' & g' & c \\ f'' & b' & d \\ a'' & z & s \end{vmatrix} \text{— } (r,\ s) \text{ est identique à } (ef).$$

Le nombre des termes différents dans le cas des hyperpremisses générales est r et la conclusion contient alors 3 termes.

Quand les hypersyllogismes sont particuliers, il y a 10 termes dans les hyperpremisses et 6 dans la hyperconclusion.

Le syllogisme peut il contenir moins que 3 termes générales et le hypersyllogisme moins que 7?

Oui, mais tel syllogisme ne donne rien de nouveau.

On peut écrire

$$\begin{vmatrix} a' & e \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} e' & e \\ a' & e \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a' & e \end{vmatrix}$$

Tel syllogisme est vide.

Voici le hypersyllogisme vide:

$$\begin{vmatrix} a'' & f' & e \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} e'' & e' & e \\ f'' & f' & f \\ a'' & f' & e \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a'' & f & e \end{vmatrix} \qquad (15)$$

Mais il y a une différence entre les syllogismes et les hypersyllogismes.

A côtè du hypersyllogisme vide il existe encore le hypersyllogisme demi-vide, qui donne quelque chose non suffisament nouveau, qui remplace le genre par un nouveau genre, mais qui laisse le hypergenre invariant et vice versa.

En effet

$$\begin{vmatrix} e'' & e' & e \\ f'' & b' & d \\ a'' & f' & c \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a'' & b' & e \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} e'' & g' & c \\ f'' & f' & f \\ a'' & f' & e \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a'' & f' & c \end{vmatrix} \qquad (16)$$

On peut indiquer les syllogismes vides avec des premisses particulières et les hypersyllogismes vides et demi-vides avec les hyperpremisses particulières.

En effet $\quad \begin{vmatrix} a' & f \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a' & f \\ a' & f \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} f & f \end{vmatrix}$

il donne ce qui est évident ou ce qui doit avoir lieu pour chaque f en vertu des postulats fondamentaux.

De même

$$\begin{vmatrix} a'' & f' & b \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a'' & f' & b \\ a'' & f' & b \\ a'' & f' & b \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} fb & fb & fc \end{vmatrix} \qquad (17)$$

Ensuite:

$$\begin{vmatrix} a'' & h' & k \\ a'' & f' & b \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a'' & h' & k \\ a'' & f' & b \\ a'' & f' & b \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} f\underset{\cdot}{b} & \dot{f}b & hk \end{vmatrix} \tag{18}$$

La réunion des hypersyllogismes demi-vides donne le hypersyllogisme avec le nombre complet des termes dans les hyperpremisses, mais avec le nombre defectueux dans la hyperconclusion.

$$\begin{vmatrix} a'' & l' & k \\ a'' & h' & m \\ a'' & f' & b \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a'' & l' & k \\ a'' & h' & m \\ a'' & a' & a \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a'' & h' & k \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a'' & h' & k \\ a'' & f' & b \\ a'' & f' & b \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} f\underset{\cdot}{b} & \dot{f}b & hk \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & \underline{l} & \bar{k} \\ a & \underline{h} & \bar{m} \\ a & f' & b \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a'' & (\bar{l})' & \underline{k} \\ a'' & (\bar{h})' & \underline{m} \\ a'' & a' & a \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a'' & (\dot{h})' & \underline{k} \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a'' & (\dot{h})' & \underline{k} \\ a'' & f' & \bar{b} \\ a'' & f' & b \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a & \underline{h} & \bar{k} \\ a'' & \bar{f}' & b \\ a'' & f' & b \end{vmatrix} —$$

$$— \begin{vmatrix} f\underset{\cdot}{b} & \dot{f}b & \overline{hk} \end{vmatrix}$$

et le hypersyllogisme réciproque.

Il faut ajouter les demivides hypersyllogismes avec des hyperpremisses particulières:

$$\begin{vmatrix} a'' & l' & k \\ a'' & h' & m \\ f\underset{\cdot}{b} & fb & aa \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a'' & l' & k \\ a'' & h' & m \\ p'' & a' & a \\ p'' & f' & b \\ p'' & e' & c \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} p'' & h' & k \\ p'' & f' & b \\ p'' & f' & b \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} f\underset{\cdot}{b} & \dot{f}b & hk \end{vmatrix} \tag{21}$$

$$\begin{vmatrix} a & \underline{l} & \bar{k} \\ a & h & \bar{m} \\ f\underset{\cdot}{b} & \bar{f}b & aa \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a & \underline{l} & \bar{k} \\ a & \underline{h} & \bar{m} \\ p'' & \underline{f}' & b \\ p'' & f' & \underline{b} \\ p & \underline{a} & \bar{a} \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} a'' & (\dot{l})' & \underline{k} \\ a'' & (\bar{h})' & \underline{h} \\ p'' & (\bar{a})' & \underline{a} \\ p'' & f' & \bar{b} \\ p'' & f' & b \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} p'' & (\bar{h})' & \underline{k} \\ p'' & f' & \bar{b} \\ p'' & f' & b \end{vmatrix} — \begin{vmatrix} f\underset{\cdot}{b} & \dot{f}b & \overline{hk} \end{vmatrix} \tag{22}$$

et reciproque.

On peut donc ajouter aux hypersyllogismes normaux de § 6 encore les hypersyllogismes anormaux demivides:

$$\left.\begin{array}{l} (16) — 1 \\ (18) — 3 \\ (19) — 3 \\ (20) — 3 \times 3 = \ \ 9 \\ (21) — 3 \times 3 = \ \ 9 \\ (22) — 3 \times 3 = \ \ 9 \\ \qquad\ \ 9 \times 2 = 18 \end{array}\right\} \text{en tout 42.}$$

(Поступило в редакцию 1937.IX.1).

РЕЗЮМЕ.

О СИЛЛОГИЗМАХ В ЛОГИКЕ И ГИПЕРСИЛЛОГИЗМАХ В МЕТАЛОГИКЕ.

Д. Мордухай-Болтовский.

Основная цель статьи—построение схемы формальных операций в математических символах, представляющей естественное обобщение той, в которую укладывается Аристотелевская логика классов.

Осовными *объектами* являются a'' (вид), b' (род), c (гиперрод), затем тройка a, $\underline{a}$, $\bar{a}$, отвечающая a и не a, основными *отношениями* $(a''\ b'\ c')$ отнесение вида к роду и гиперроду обще-утвердительное гиперсуждение, $(a,\ \underline{b},\ \bar{c})$, общеотрицательное гиперсуждение, а также $(e\underset{\cdot}{a}\ \dot{f}e\ gc)$ частноутвердительное и $(ea\ \dot{f}e\ \bar{gc})$ $(e\underset{\cdot}{a}\ \dot{f}e\ gc)$ частно-отрицательные; основными *операциями* являются гиперсиллогизмы и прежде всего аналогон Barbara

$$\begin{array}{l}(e''\ g'\ c)\\ (f''\ b'\ c)-(a''\ b'\ c);\\ (a''\ f'\ c)\end{array}$$

частно-утвердительное гиперсуждение истолковывается как утверждение решения уравнения

$$\begin{array}{l}(x''\ e'\ a)\\ (x''\ f'\ b)\\ (x''\ g'\ c)\end{array}$$

и аналогичным образом и частно-отрицательное общеотрицательное, как

$$(a''\ (\bar{b})'\ (\underline{c}).$$

Основными законами являются 1) закон *тождества*

$$(a''\ a'\ a),$$

2) закон *противоречия*: отрицание:

$$\begin{array}{l}(a''\ b'\ c)\\ (a\ \underline{b}\ \bar{c})\\ (a\ \bar{b}\ \underline{c})\end{array}$$

и 3) закон *исключённого четвертого*: что-нибудь из трёх:

$$(a''\ b'\ c),\quad (a\ \underline{b}\ \bar{c}),\quad (a\ \bar{b}\ \underline{c}).$$

Статья занимается *построением* возможных модусов *гиперсиллогизмов* и их *приведением*.

В то время, как модусов силлогизмов 19, гиперсилогизмов—324, причем при $\underline{a}=a$ и т. д. они все вырождаются в силлогизмы Аристотелевской логики.

Но к ним ещё следует прибавить пустые и полупустые гиперсиллогизмы, вырождающиеся в пустые тривиальные выводы числом 42.

Статья предварительно излагает законы и модусы силлогизмов Аристотелевской логики в такой же символике, чтобы резче подчеркнуть аналогии.